Numération et Codes

1- Systèmes de numération pondérés

1-1 propriétés générales

Un système de numération de « base B » utilise les caractères « **0** » et les « **B-1** » premiers chiffres.
A chaque rang du nombre constitué par une combinaison de ces caractères est attribué un **poids** de valeur "B^n" pour le rang « **n** » ;
le chiffre des unités a le rang « **0** » et les rangs sont numérotés de la droite vers la gauche.
Ainsi, la combinaison « a_3 , a_2 , a_1 , a_0 » symbolise le nombre de valeur :

$$N = (B^3.a_3) + (B^2.a_2) + (B^1.a_1) + (B^0.a_0)$$

Exemple : en base « B=10 », écrire le nombre N=2015, revient à écrire,

$$N = (10^3.2) + (10^2.0) + (10^1.1) + (10^0.5)$$

On a faire à un **code pondéré** car les poids sont précis.

Le système que nous utilisons quotidiennement est le « système décimal »,
le « système binaire » se prête mieux au traitement automatique de l'information.

1-2 Système binaire naturel (**B=2**)

Il utilise les seuls caractères « 0 » et « 1 » et les poids successifs ont donc pour valeur les puissances de « 2 » ;

	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
soit	128	64	32	16	8	4	2	1

La conversion d'un nombre binaire en nombre décimal est évidente :

Rang	6	5	4	3	2	1	0
N	1	0	0	1	0	1	1

Donc $N = 2^6+2^3+2^1+2^0 = 75$

Il est plus commode de lire les nombres successifs en partant de la gauche, et en considérant chaque fois un rang de plus :

10	2	2
100	4	2x2=4
1001	9	4x2 + 1=9
10010	18	9x2=18
100101	37	18x2 + 1=37
1001011	75	37x2 + 1=75

L'avance d'un rang de la partie déjà lue correspond , pour chaque rang, à une augmentation d'une unité de l'exposant, d'où le doublement, auquel il convient d'ajouter le poids du dernier chiffre écrit

La même méthode, inversée, permet la conversion d'un nombre décimal en nombre binaire :
on effectue des divisions par « 2 » successives et on note les restes des divisions :

	1	2	4	9	18	37	75
restes	1	0	0	1	0	1	1

2- Codes

2-1 Notion de codes

Tout système de numération pondéré est un code faisant correspondre un symbole particulier à un nombre. (*un code est comme un dictionnaire*)
Ainsi, le nombre soixante quinze est symbolisé par « 75 » en base 10
et par « 1001011 » en base 2.

Mais rien n'oblige à choisir des codes pondérés ; la représentation de la suite naturelle des entiers peut être faite de façon purement conventionnelle.
Ex : 1, 2, 3, 4 ……….
peut s'écrire 17, 32, 45, 9 …..
à condition de connaître la correspondance arbritaire, 1<=>17, 2<=>32, ……….
Cette correspondance arbritraire mais bien définie constitue un code.
il est bien évident qu'un code absolument arbritaire est sans intérêt.
(*sauf si on veut préserver un secret !!*)

Examinons la suite naturelle des nombres de 3 chiffres,
écrits dans le code binaire naturel ;

0	1	2	3	4	5	6	7
000	001	010	011	100	101	110	111
	a			b		c	

Nous voyons que la succession de « **1à2 (a)** » nécessite la modification simultanée de 2 chiffres, de même pour « **5à6 (c)** », etc.….
Ceci présente en comptage des inconvénients qui apparaîtront plus tard.

2-2 Propriété d'adjacence

Dans un système binaire, deux combinaisons de chiffres sont adjacentes si elles différent par les chiffres d'un rang unique.
Ex : 1 $\boxed{0}$ 0 1 0 1 1 1 $\boxed{1}$ 0 1 0 1 1
un seul caractère modifié.

2-3 Code réfléchi

Dans un code pondéré de « base B » les chiffres d'un même rang de la suite naturelle des entiers se suivent dans l'ordre naturel, chacun étant répété un nombre de fois égal au poids du rang considéré.

Dans un **code réfléchi** ces suites se présentent alternativement dans l'ordre naturel puis dans l'ordre inverse.

Exemple : code naturel réfléchi

Un tel code est doué de la **propriété d'adjacence**

00
01
02
03
04
05
06
07
08
09
=====
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
=====
20
21
‘’
‘’
29
=====
39
38
‘’
‘’ etc..

Réflexion

2-4 Code binaire réfléchi

La méthode de construction indiquée donne le résultat représenté par le « tableau 1 ».
Les lignes verticales épaisses représentant la matérialisation de l'information binaire, une « piste » étant affectée à chaque rang
(par exemple : noir ➔ conducteur blanc ➔ isolant).

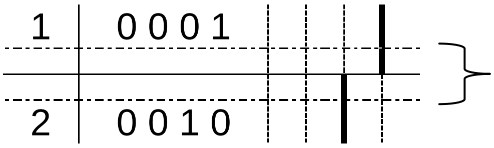
TABLEAU 1

Nbre décimal	Binaire naturel pondéré	**Code binaire réfléchi**	
0	0 0 0 0	0 0 0 0	
1	0 0 0 1	0 0 0 1	réflexion
2	0 0 1 0	0 0 1 1	
3	0 0 1 1	0 0 1 0	réflexion
4	0 1 0 0	0 1 1 0	
5	0 1 0 1	0 1 1 1	
6	0 1 1 0	0 1 0 1	
7	0 1 1 1	0 1 0 0	réflexion
8	1 0 0 0	1 1 0 0	
9	1 0 0 1	1 1 0 1	
10	1 0 1 0	1 1 1 1	
11	1 0 1 1	1 1 1 0	
12	1 1 0 0	1 0 1 0	
13	1 1 0 1	1 0 1 1	
14	1 1 1 0	1 0 0 1	
15	1 1 1 1	1 1 1 1	

On remarque :
* que les combinaisons successives sont adjacentes.
* que deux combinaisons symétriques, à l'intérieur d'une parenthèse, sont également adjacentes. Cette propriété sera essentielle par la suite.
* la supériorité, en comptage, du **code binaire réfléchi** apparaît clairement sur cette représentation ; il est matériellement impossible d'obtenir un changement simultané de deux informations.

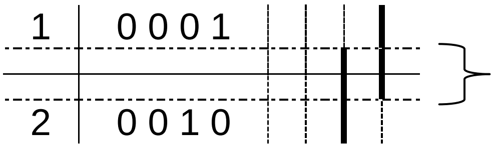
2-5 Les interférences dues au code binaire naturel

Considérons la transition **« 1,2 »,** par exemple, en **binaire naturel**, et observons les lectures parasites possibles.



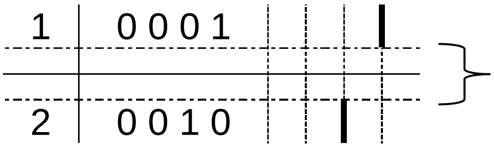
Pas de parasite, on a la bonne transition, le fonctionnement du système ne subit pas de perturbation

Première perturbation possible



Lecture parasite, on peut avoir l'information « 3 », le fonctionnement est perturbé.

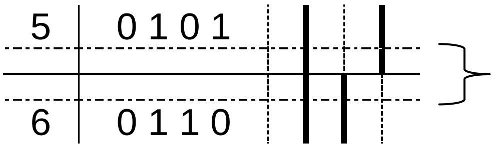
Seconde perturbation possible



Lecture parasite, on peut avoir l'information « 0 », le fonctionnement est perturbé.

============================

Application : considérez la transition **« 5,6 »** et trouvez les parasites possibles ?



Les lectures parasites peuvent être : ………………… !!!

============================

De tels inconvénients ne peuvent se produire dans un code réfléchi, et donc dans le binaire réfléchi.

2-6 Conversions

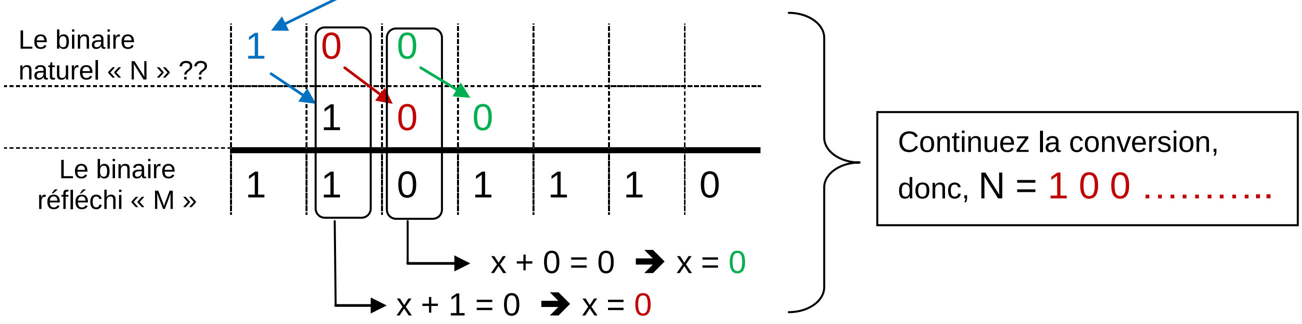
Cas 01 : La conversion d'un nombre « binaire naturel » en « binaire réfléchi » s'opère de la manière suivante :

Faire la somme, sans retenue, du nombre N et de N, décalé d'un rang vers la droite ; **on rejette le premier chiffre sur la droite**.

Exemple : soit, N= 1 0 0 1 0 1 1 (binaire naturel)

	1	0	0	1	0	1	1	
+		1	0	0	1	0	1	~~1~~
M=	1	1	0	1	1	1	0	

Cas 02 : La conversion d'un nombre « binaire réfléchi » en « binaire naturel » s'effectue en procédant dans l'ordre inverse, de proche en proche en partant de la gauche vers la droite ; le premier chiffre à gauche est évidemment « 1 ».



2-7 Exercices d'application

Ecrire les nombres suivants dans les trois codes.

Décimal	Binaire naturel	Binaire réfléchi
38		
114		
	10101010	
	10010011	
		11001100
		11101001

Numération et Codes.pdf

****

Infos : le doc « Numération_corrigés.pdf » fournit les solutions aux applications proposées.